Université d'Orléans **Session de Juin 2021**
Diplôme d'Accès aux Etudes Universitaires

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DAEU A

Durée : 4 heures

Les documents et calculatrices sont autorisés

.

Les exercices sont indépendants les uns des autres.

Exercice 1 : *Résolutions d'inéquations*

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :

$$-4x + 2 > -x$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :

$$(-x + 2)(5x + 1) \leq 0$$

Exercice 2 : *Système d'équations*

Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2x + 7y = -8 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

Exercice 3 : *Calculs algébriques*

1) Montrer que :

$$\ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln\left(\frac{3}{2}\right) = 0.$$

2) Montrer que $8e^{-3\ln 2} = 1$.

3) Factoriser l'expression suivante : $(2x + 2)(x + 5) + x^2 - 1$.

En déduire les solutions de l'équation : $(2x + 2)(x + 5) + x^2 - 1 = 0$.

Exercice 4 : *Equation du second degré*

1) Résoudre dans $I\!R$ l'équation suivante :

$$x^2 - 3x - 4 = 0.$$

2) En déduire le signe du trinôme $x^2 - 3x - 4$ pour tout $x \in I\!R$.

Exercice 5 : *Calcul intégrale-primitive*

1) a) Donner une primitive de la fonction f définie par : $f(x) = -x^3 + e^x - 2$.

b) Déterminer la primitive de f qui s'annule en 0.

c) Montrer que :

$$\int_0^1 f(x)dx = e - \frac{13}{4}$$

2) Vérifier que la fonction F définie par $F(x) = 4\sqrt{x} + \dfrac{x+1}{x+3}$ est une primitive de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}} + \dfrac{2}{(x+3)^2}$ pour tout $\in]0, +\infty[$.

Exercice 6 : *Calculs de dérivées de fonctions*

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

(i) $f(x) = (x^2 + 3x + 1)(2x - 3)$ pour $x \in I\!R$.

(ii) $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 3}{x + 1}$ pour $x \neq -1$.

(iii) $f(x) = e^x - x\ln(x) + 1$ pour $x > 0$.

Exercice 7 : *Probabilité*

On dispose de deux dés. Le premier dé est nommé dé N1, il est à 4 faces numérotées 1, 2, 3 et 4. Le deuxième est nommé dé N2, à 6 faces numérotées 1,1,1,2,3 et 4.
On lance en premier le dé N1 et l'on note la face obtenue. Si c'est 1 alors on lance à nouveau le dé N1. Si obtenu au premier lancer est 2 ou 3 ou 4 alors le deuxième lancer s'effectue avec le dé N2.

On notera :

A l'évènement : " on obtient la face 1 au premier lancer".

$\overline{A}$ l'évènement : "au premier lancer le dé tombe sur les faces 2 ou 3 ou 4 ".

B l'évènement : " on obtient la face 1 au deuxième lancer".

$\overline{B}$ l'évènement : "au deuxième lancer le dé tombe sur les faces 2 ou 3 ou 4 ".

1) Donner les probabilités suivantes : $P(A)$, $P(\overline{A})$, $P_A(B)$ et $P_{\overline{A}}(B)$.

2) Construire un arbre pondéré aléatoire décrivant l'expérience; on ajoutera les probabilités sur les branches de l'arbre.

3) Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\overline{A} \cap B)$.

Exercice 8 : *Etude de fonction*

Soit f la fonction définie sur $[-1;10]$ par :

$$f(x) = x^3 + 5x + 1$$

1) Calculer la dérivée de f sur l'intervalle $[-1;10]$.

2) Vérifier que $f'(x) > 0$ pour tout $x \in [-1;10]$.

3) En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $x \in [-1;10]$. (Tableau des variations).

4) Démontrer que la fonction f s'annule une seule fois sur l'intervalle $[-1;10]$.

5) Donner une équation de la tangente Δ à la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de f au point d'abscisse 0.

6) Calculer la dérivée seconde f'' de f.

7) Vérifier que pour tout $x \in [0,10]$ $f''(x) \geq 0$ et que $f''(x) \leq 0$ pour tout $x \in [-1,0]$. En déduire la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-1,10]$.

8) Que peut-on en déduire quant à la position de la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de f et de sa tangente Δ.
9) Démontrer :

$$\int_0^1 f(x)dx = \frac{15}{4}$$

Fin du problème